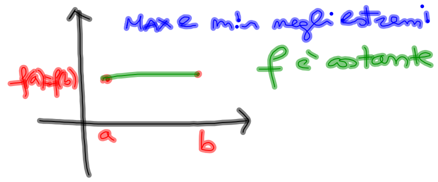
TEOREMA di ROLLE

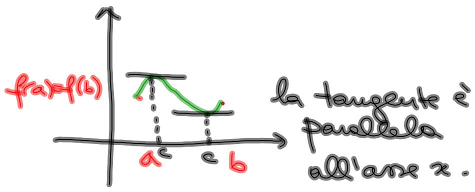
Sia $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ una funzione continua, derivabile in $]a,b[$.
Se $f(a)=f(b)$ allora esiste un punto $c\in\,]a,b[$ tale che $f'(c)=0$.

Dimostrazione Per il teorema di Weierstrass la funzione in $[a,b]$ ammette un massimo un minimo. Se almeno uno dei due appartiene ad $]a,b[$, diciamo in c, allora sicuramente $f'(c)=0$.
Se invece sia il massimo che il minimo sono negli estremi, ad esempio il minimo in a e il massimo in b, allora la funzione è costante, dal momento che $f(a)=f(b)$ per ipotesi. Allora in ogni punto è $f'(c)=0$ perchè la derivata di una funzione costante è zero.

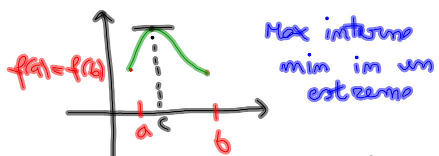
INTERPRETAZIONE GEOMETRICA



OPPURE

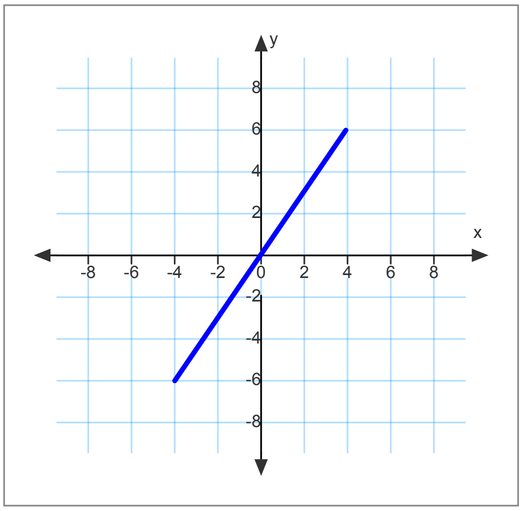


OPPURE

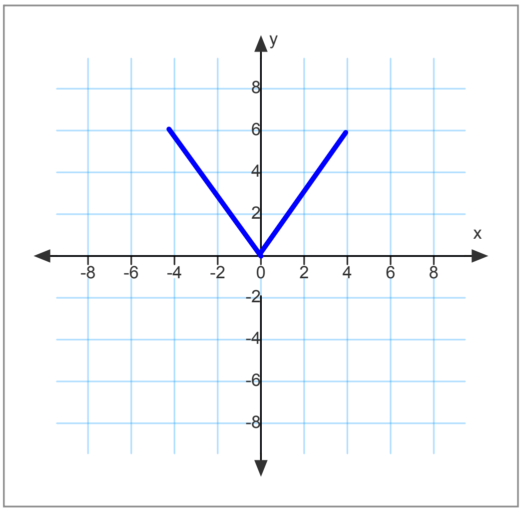


Il teorema di Rolle afferma che per una funzione derivabile in un intervallo $]a,b[$ e tale che $f(a)=f(b)$, esiste un punto c in cui la tangente al grafico è parallela all'asse x.

Osservazione 1. La condizione f(a)=f(b) e' necessaria



Osservazione 2. La condizione f derivabile e' necessaria

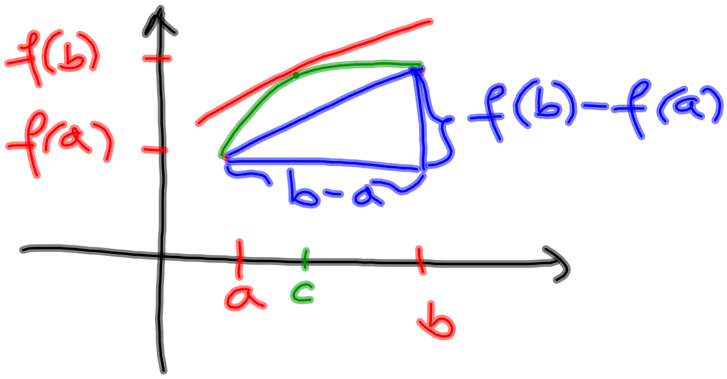


TEOREMA di LAGRANGE

Sia $f:[a,b] \to \mathbb{R}$ una funzione continua, derivabile in $]a,b[$. Allora esiste un punto $c \in]a,b[$ tale che

$$f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

INTERPRETAZIONE GEOMETRICA



Il teorema di Lagrange afferma che esiste un punto $(c, f(c))$ sul grafico, in cui la tangente è parallela alla secante passante per gli estremi dell'intervallo.

$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ è il coefficiente angolare della retta secante, passante per $(a, f(a))$, $(b, f(b))$