Verifica sulla circonferenza

1. *Scrivi le equazioni delle circonferenze tangenti agli assi cartesiani e con centro appartenente alla retta di equazione y=2x-1.*

2. *Scrivi l'equazione della circonferenza avente il diametro di estremi A(2,1) e B(-1,3).*

3. *Scrivi l'equazione della circonferenza concentrica alla circonferenza di equazione* $x^2+y^2-10x-10y+25=0$ *e tangente alla retta di equazione y=-2x-6.*

4. *Scrivi le equazioni delle tangenti alla circonferenza di equazione* $x^2+y^2-10x-10y+25=0$ *nei suoi punti di intersezione con gli assi cartesiani.*

Soluzione.

1. Una circonferenza che è tangente ad entrambi gli assi cartesiani ha centro di coordinate (x_0, x_0) oppure (x_0,- x_0). Poiché il centro deve appartenere anche alla retta assegnata, dovrà risultare $x_0=2x_0-1$, cioè $x_0=1$, oppure $-x_0=2x_0-1$, cioè $x_0=1/3$. Quando una circonferenza è tangente ad entrambi gli assi, il suo raggio è $|x_0|$. Allora le circonferenze richieste hanno equazione $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ e $(x-\frac{1}{3})^2+(y+\frac{1}{3})^2=\frac{1}{9}$.

2. Il centro della circonferenza è il punto medio del segmento di estremi A e B: $C=(\frac{2-1}{2},\frac{1+3}{2})=(\frac{1}{2},2)$. Il raggio è invece la distanza tra il centro e uno dei due punti: $r=\sqrt{(\frac{1}{2}-2)^2+(2-1)^2}=\sqrt{\frac{13}{4}}=\frac{\sqrt{13}}{2}$. L'equazione è quindi $(x-\frac{1}{2})^2+(y-2)^2=\frac{13}{4}$.

3. Il centro della circonferenza assegnata è C(5,5). Se la circonferenza cercata deve essere tangente alla retta data, la distanza tra il suo centro e la retta è il raggio. La distanza tra C e la retta y=-2x-6 è data da: $r=\frac{|2\cdot5+5+6|}{\sqrt{2^2+1}}=\frac{21}{\sqrt{5}}$, quindi la circonferenza richiesta ha equazione $(x-5)^2+(y-5)^2=\frac{441}{5}$.

4. I punti di intersezione della circonferenza con gli assi cartesiani si ottengono ponendo prima x=0 e poi y=0 nell'equazione data. Si ottengono così le equazioni: $x^2-10x+25=0$ e $y^2-10y+25=0$, equivalenti a $(x-5)^2=0$ e a $(y-5)^2=0$. Le intersezioni con gli assi sono allora i punti di coordinate (5,0) e (0,5). Poiché il centro della circonferenza è (5,5), se ne deduce che in tali punti la circonferenza è tangente agli assi cartesiani. Le tangenti sono allora gli stessi assi: x=0 e y=0.